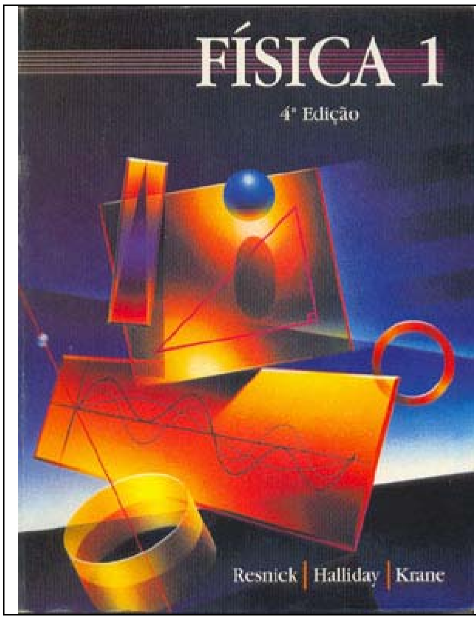
PROBLEMAS RESOLVIDOS DE FÍSICA

Prof. Anderson Coser Gaudio

Departamento de Física – Centro de Ciências Exatas – Universidade Federal do Espírito Santo

http://www.cce.ufes.br/anderson

anderson@npd.ufes.br **Última atualização: 30/08/2005 11:57 H**



RESNICK, HALLIDAY, KRANE, FÍSICA, 4.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 1996.

FÍSICA 3

Capítulo 35 - A Lei de Àmpere

Problemas

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	**12**	13	14	**15**	16	**17**	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	**30**
31	32	33	34	35	**36**	37	38	39	40
41	**42**	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56				

Problemas Resolvidos

12. Um longo grampo de cabelo é formado dobrando-se um fio, como mostra a Fig. 32. Se uma corrente *i* de 11,5 A passar pelo fio, (a) quais serão a direção, o sentido e a intensidade de **B** no ponto *a*? (b) E no ponto *b*, que está muito distante de *a*? Considere *R* = 5,20 mm.

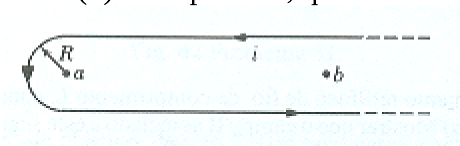
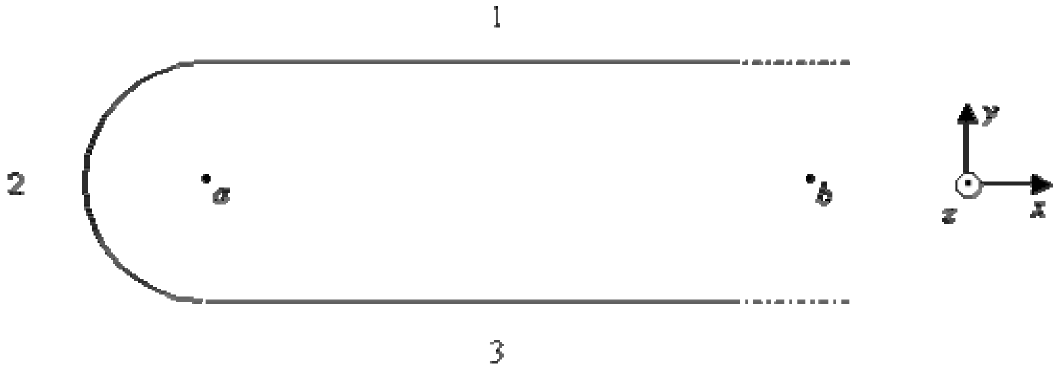


Fig. 32 Problema 12.

(**Pág. 169**)

Solução.

Pode-se dividir o grampo em três setores: 1, 2 e 3.



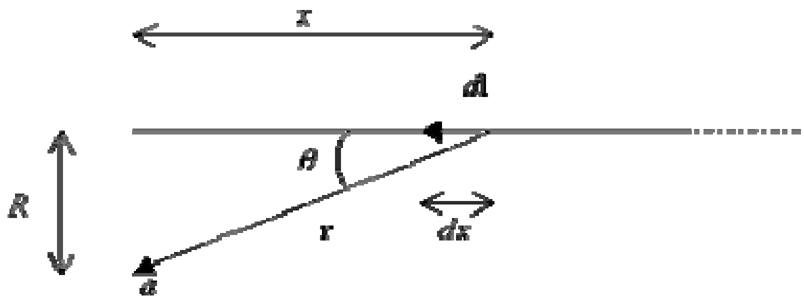
(a) O campo magnético em *a* ($\mathbf{B_a}$) será a soma das contribuições dos setores 1, 2 e 3.

$$\mathbf{B_a} = \mathbf{B_{a1}} + \mathbf{B_{a2}} + \mathbf{B_{a3}}$$

Como as contribuições dos setores 1 e 3 são exatamente iguais, temos:

$$\mathbf{B_a} = 2\mathbf{B_{a1}} + \mathbf{B_{a2}} \qquad (1)$$

O cálculo de $\mathbf{B_{a1}}$ é feito por meio da equação de Biot-Savart:



$$d\mathbf{B_{a1}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2} \qquad (2)$$

De acordo com o esquema acima:

$$|d\mathbf{l}| = dx$$

$$sen\theta = \frac{R}{r}$$

$$r = \left(R^2 + x^2\right)^{1/2}$$

Agora pode-se retomar (2):

$$d\mathbf{B}_{\mathbf{a1}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{idx.1.\mathrm{sen}\,\theta}{r^2}\mathbf{k} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{idx.R}{r^3}\mathbf{k}$$

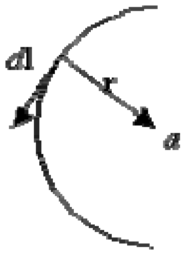
$$d\mathbf{B}_{\mathbf{a1}} = \frac{\mu_0 iR}{4\pi}\frac{dx}{(R^2+x^2)^{3/2}}\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B}_{\mathbf{a1}} = \frac{\mu_0 iR}{4\pi}\int_0^{+\infty}\frac{dx}{(R^2+x^2)^{3/2}}\mathbf{k} = \frac{\mu_0 iR}{4\pi}\left.\frac{x}{R^2(R^2+x^2)^{1/2}}\right|_0^{+\infty}\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B}_{\mathbf{a1}} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\mathbf{k} \qquad (3)$$

Calculo de $\mathbf{B}_{\mathbf{a2}}$:

$$d\mathbf{B}_{\mathbf{a}2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$



Nesse esquema tem-se:

$$|d\mathbf{l}| = ds$$

Logo:

$$d\mathbf{B}_{\mathbf{a}2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{ids.1.\mathrm{sen}(\pi/2)}{R^2}\mathbf{k} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2}ds\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B}_{\mathbf{a}2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2}\int_0^{\pi R} ds\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B}_{\mathbf{a}2} = \frac{\mu_0 i}{4R}\mathbf{k} \qquad (4)$$

Substituindo-se (3) e (4) em (1):

$$\mathbf{B}_{\mathbf{a}} = 2\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\mathbf{k} + \frac{\mu_0 i}{4R}\mathbf{k} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(2+\pi)\mathbf{k} = (1{,}13708\cdots\times 10^{-3}\,\mathrm{T})\mathbf{k}$$

$$\boxed{\mathbf{B}_{\mathbf{a}} \approx (1{,}14\ \mathrm{mT})\ \mathbf{k}}$$

(b) O cálculo de B_b é feito admitindo-se que a distância entre *a* e *b* é suficientemente grande de tal forma que o campo gerado em *b* equivale ao campo produzido por dois fios infinitos paralelos, eqüidistantes de *b* e conduzindo a mesma corrente *i* em sentidos contrários.

$$\mathbf{B}_{\mathbf{b}} = 2\frac{\mu_0 i}{2\pi R}\mathbf{k} = \frac{\mu_0 i}{\pi R}\mathbf{k} = (8{,}8461\cdots\times 10^{-4}\,\mathrm{T})\mathbf{k}$$

$$\boxed{\mathbf{B}_{\mathbf{b}} \approx (0{,}885\ \mathrm{mT})\ \mathbf{k}}$$

Nota-se que a curvatura do grampo proporciona aumento na intensidade do campo magnético em *a* quando comparado ao ponto *b*.

[Início]

15. Considere o circuito da Fig. 35. Os segmentos curvos são arcos de círculos de raios *a* e *b*. Os segmentos retilíneos são radiais. Ache o campo magnético **B** em *P*, supondo uma corrente *i* percorrendo o circuito.

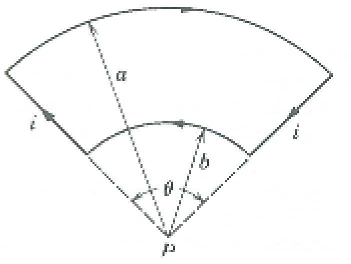


Fig. 35 Problema 15.

(**Pág. 170**)

Solução.

O campo magnético no ponto *P* é dado por:

$$\mathbf{B_P} = \mathbf{B_{P1}} + \mathbf{B_{P2}} + \mathbf{B_{P3}} + \mathbf{B_{P4}}$$

As contribuições dos setores radiais esquerdo e direito são nulas devido à colinearidade entre o fio e o ponto *P*. Portanto:

$$\mathbf{B_P} = \mathbf{B_{P1}} + \mathbf{B_{P3}} \qquad (1)$$

Considerando-se que o módulo do campo magnético no centro de um circuito circular de raio *R*, no qual trafega uma corrente *i*, é dado por (Eq. 16, pág. 158)

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R},$$

pode-se considerar que os arcos definidos pelos raios *a* e *b* produzem campos magnéticos em *P* que correspondem a uma fração do comprimento do círculo. Ou seja:

$$\mathbf{B_{P1}} = \frac{\mu_0 i}{2b}\left(\frac{b\theta}{2\pi b}\right)\mathbf{k} = \frac{\mu_0 i\theta}{4\pi b}\mathbf{k} \qquad (2)$$

$$\mathbf{B_{P2}} = -\frac{\mu_0 i}{2a}\left(\frac{a\theta}{2\pi a}\right)\mathbf{k} = -\frac{\mu_0 i\theta}{4\pi a}\mathbf{k} \qquad (3)$$

Substituindo-se (2) e (3) em (1):

$$\mathbf{B_P} = \frac{\mu_0 i\theta}{4\pi b}\mathbf{k} - \frac{\mu_0 i\theta}{4\pi a}\mathbf{k}$$

$$\boxed{\mathbf{B_P} = \frac{\mu_0 i\theta}{4\pi}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)\mathbf{k}}$$

[Início]

17. (a) Mostre que *B*, no centro de uma espira de fio retangular, de comprimento *L* e largura *d*, percorrida por uma corrente *i*, é dada por

$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi}\frac{(L^2 + d^2)^{1/2}}{Ld}$$

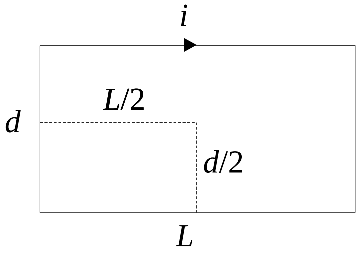
(b) A que se reduz *B* quando *L* >> *d*? Este é o resultado que se deveria esperar? (Veja o

Exemplo 1.)

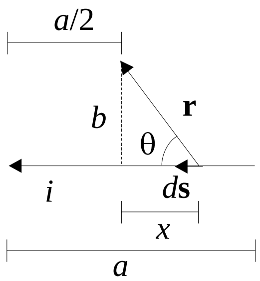
(Pág. 170)

Solução.

O campo magnético no centro da espira é o resultado da sobreposição dos campos magnéticos produzidos pelos quatro segmentos de fio que compõem a espira, sendo que todos os segmentos contribuem com campos que possuem mesma direção e sentido. Admitindo-se que o sentido da corrente seja horário, o campo magnético no centro da espira apontará para dentro da página, perpendicular ao plano do papel.



Campo magnético produzido por uma corrente *i* que trafega num segmento de fio de comprimento *a*, a uma distância *b* ortogonal ao centro do segmento (lei de Biot-Savart):



$$ds = dx$$

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\mathbf{s}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{ds.1.sen\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dx.b}{r^3} = \frac{\mu_0 ib}{4\pi}\frac{dx}{(b^2+x^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 ib}{4\pi}\int_{-a/2}^{+a/2}\frac{dx}{(b^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 ib}{4\pi}.2.\frac{x}{b^2(b^2+x^2)^{1/2}}\Bigg|_0^{+a/2}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi b}\frac{a}{(4b^2+x^2)^{1/2}}$$

Sobreposição dos campos de cada segmento:

$$B = 2B_d + 2B_L$$

$$B = 2.\frac{\mu_0 i}{2\pi\left(\frac{L}{2}\right)}\frac{d}{\left[4\left(\frac{L}{2}\right)^2+d^2\right]^{1/2}} + 2.\frac{\mu_0 i}{2\pi\left(\frac{d}{2}\right)}\frac{L}{\left[4\left(\frac{d}{2}\right)^2+L^2\right]^{1/2}}$$

$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi L}\frac{d}{(L^2+d^2)^{1/2}} + \frac{2\mu_0 i}{\pi d}\frac{L}{(d^2+L^2)^{1/2}} = \frac{2\mu_0 i}{\pi(L^2+d^2)^{1/2}}\left(\frac{d}{L}+\frac{L}{d}\right) = \frac{2\mu_0 i}{\pi}\frac{(L^2+d^2)}{dL(L^2+d^2)^{1/2}}$$

Logo:

$$\boxed{B = \frac{2\mu_0 i}{\pi}\frac{(L^2+d^2)^{1/2}}{dL}}$$

(b) Para $L >> d$:

$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi d} \qquad (1)$$

Sim. No Exemplo 1 temos dois fios longos paralelos separados por uma distância 2*d*' e o campo é calculado a uma distância *x* do ponto médio entre os fios. A expressão obtida foi:

$$B = \frac{\mu_0 i d'}{\pi(d'^2 - x^2)} \qquad (2)$$

Fazer *L* >> *d* equivale a transformar a espira retangular em dois fios longos paralelos separados por uma distância *d*. Neste caso teremos *d*' = *d*/2 e *x* = 0 em (2). Logo:

$$B = \frac{\mu_0 i \frac{d}{2}}{\pi\left(\frac{d^2}{2^2} - 0^2\right)}$$

$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi d}.$$

[Início]

30. (a) Um fio longo é encurvado no formato mostrado na Fig. 41, sem contato no ponto de cruzamento *P*. O raio da parte circular é *R*. Determine o módulo, a direção e o sentido de **B** no centro *C* da porção circular, quando a corrente *i* tem o sentido indicado na figura. (b) A parte circular do fio é girada em torno do seu diâmetro (linha tracejada), perpendicular à parte retilínea do fio. O momento magnético da espira circular aponta agora na direção da parte retilínea e no sentido da corrente nesta parte. Determine **B** em *C*, neste caso.

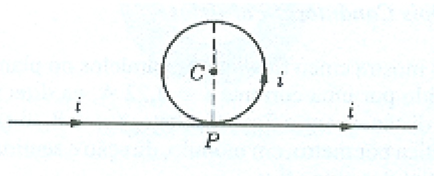
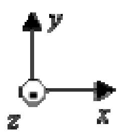


Fig. 41 Problema 30.



(**Pág. 171**)

Solução.

(a) O campo magnético no ponto *C* (**B**) é a superposição do campo magnético produzido por uma corrente *i* que trafega num fio infinito ($\mathbf{B_f}$), a uma distância ortogonal *R* do fio, e do campo produzido no centro de um anel de corrente *i* de raio *R* ($\mathbf{B_a}$).

$$\mathbf{B} = \mathbf{B_f} + \mathbf{B_a}$$

O módulo do campo magnético no centro de uma espira circular de raio *R*, no qual trafega uma corrente *i*, é dado por (Eq. 16, pág. 158)

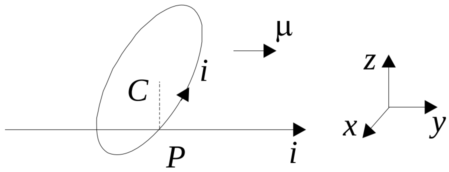
$$B = \frac{\mu_0 i}{2R}.$$

Logo:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\mathbf{k} + \frac{\mu_0 i}{2R}\mathbf{k}$$

$$\boxed{\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{2R}\left(\frac{1}{\pi} + 1\right)\mathbf{k}}$$

(b)



$$\mathbf{B} = \mathbf{B_f} + \mathbf{B_a}$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\mathbf{k} + \frac{\mu_0 i}{2R}\mathbf{i}$$

$$\boxed{\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{2R}\left(\mathbf{i} + \frac{1}{\pi}\mathbf{k}\right)}$$

[Início]

36. A Fig. 46 mostra um fio longo percorrido por uma corrente i_1. A espira retangular é percorrida por uma corrente i_2. Calcule a força resultante sobre a espira. Suponha que a = 1,10 cm, b = 9,20 cm, L = 32,3 cm, i_1 = 28,6 A e i_2 = 21,8 A.

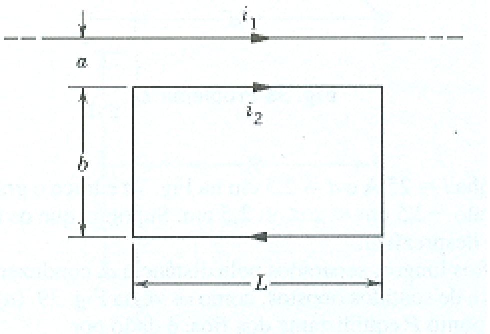
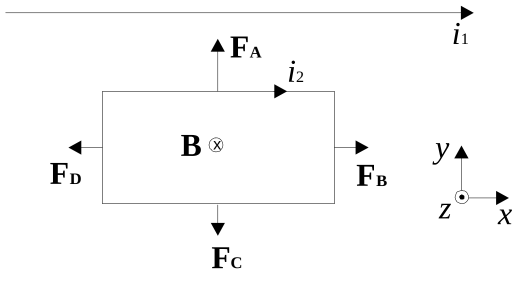


Fig. 46 Problema 36.

(**Pág. 172**)

Solução.

Considere o esquema abaixo:



A força sobre a espira é a soma das forças magnéticas sobre os segmentos A, B, C e D.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_A} + \mathbf{F_B} + \mathbf{F_C} + \mathbf{F_D}$$

A simetria envolvida na situação do problema permite-nos concluir que:

$$\mathbf{F_B} = -\mathbf{F_D}$$

Logo:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_A} + \mathbf{F_C}$$

$$\mathbf{F} = i_2\mathbf{l_A} \times \mathbf{B_A} + i_2\mathbf{l_C} \times \mathbf{B_C}$$

$$\mathbf{F} = i_2 L \frac{\mu_0 i_1}{2\mu a}\mathbf{j} - i_2 L \frac{\mu_0 i_1}{2\mu(a+b)}\mathbf{j} = \frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\mu}\frac{b}{a(a+b)}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F} = \frac{(4\pi\times10^{-7}\ \text{T.m/A})(28{,}6\ \text{A})(21{,}8\ \text{A})(0{,}323\ \text{m})}{2\pi}\times$$

$$\times\frac{(0{,}0920\ \text{m})}{(0{,}0110\ \text{m})[(0{,}0110\ \text{m})+(0{,}0920\ \text{m})]}\mathbf{j} = (3{,}27049\cdots\times10^{-3}\ \text{N})\mathbf{j}$$

$$\boxed{\mathbf{F} \approx (3{,}27\times10^{-3}\ \text{N})\mathbf{j}}$$

[Início]

42. Considere um fio longo cilíndrico de raio *R* percorrido por uma corrente *i* distribuída uniformemente ao longo da sua seção reta. Encontre os *dois* valores da distância ao eixo do fio para os quais a intensidade do campo magnético devido ao fio é igual à metade do seu valor na superfície do fio.

(Pág. 173)

Solução.

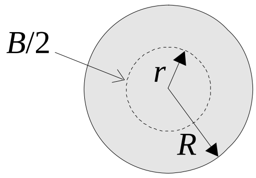
O campo magnético na superfície do fio cilíndrico é facilmente obtido pela lei de Ampère, por meio da construção de um circuito de Ampère circular de raio *R* em torno do fio.

$$\oint \mathbf{B}.d\mathbf{s} = \mu_0 i$$

$$B.2\pi R = \mu_0 i$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

Para $r < R$:

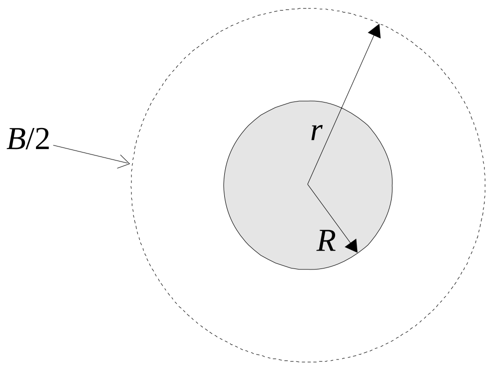


$$\oint \frac{\mathbf{B}}{2}.d\mathbf{s} = \mu_0 i_{(r)}$$

$$\frac{\mu_0 i}{4\pi R}.2\pi r = \mu_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2} i$$

$$\boxed{r = \frac{R}{2}}$$

Para $r < R$:



$$\oint \frac{\mathbf{B}}{2}.d\mathbf{s} = \mu_0 i$$

$$\frac{\mu_0 i}{4\pi R}.2\pi r = \mu_0 i$$

$$\boxed{r = 2R}$$

[Início]